

FILTRI PASSATUTTO [ALL-PASS]

PREMESSA

Sono sistemi LTI t.c. non alterano il guadagno ma solo la fase questo a qualsiasi frequenza. La loro utilità è che si ha quando si vuole modificare la fase.
La funzione di trasferimento è una frazione t.c. hanno lo stesso modulo ma fase opposte.
Un primo esempio di filtro all-pass è il sistema ritardatore $H(z) = z^{-N}$ ma è di scarso interesse in quanto è vero che non altera il guadagno ma è anche vero che altera la fase sempre dello stesso modo.

FUNZIONE DI TRASFERIMENTO

$$H_{ap}(z) = \frac{a_0 + a_1 z^{-1} + \dots + a_N z^{-N}}{a_N + a_{N-1} z^{-1} + \dots + a_1 z^{-N+1} + a_0 z^{-N}} = \frac{a_0 + a_1 z^{-1} + \dots + a_N z^{-N}}{z^{-N} (a_N z^N + a_{N-1} z + \dots + a_0)} = z^{-N} \frac{A(z)}{A^*(z^{-1})}$$

Nel caso di studio i coefficienti sono tutti reali ma non sarebbe cambiato nulla se avessimo avuto coefficienti complessi.
da notare che denominatore e numeratore sono formati dagli stessi termini ma in ordine invertito.

$$H_{ap}(z) = H_{ap}(z) \Big|_{z=e^{j2\pi F}} = e^{j2\pi F} \frac{A(F)}{A^*(F)} = \frac{e^{j2\pi F} A(F)}{A^*(F)}$$

nel caso di coefficienti reali il denominatore è il coniugato del denominatore.

ALTERAZIONI D'AMPIEZZA

$$|H_{ap}(F)| = \left| \frac{e^{j2\pi F} A(F)}{A^*(F)} \right| = 1 \cdot 1 = 1$$

questo dimostra che un filtro ALL-PASS non altera il guadagno

ALTERAZIONI DI FASE

$$\angle H_{ap}(F) = \angle \left(\frac{e^{j2\pi F} A(F)}{A^*(F)} \right) = 2\pi F + \left[\angle A(F) - \angle A^*(F) \right] = 2\pi F + [-\phi(F) - \phi(F)] = 2\pi F - 2\phi(F)$$

questo dimostra che quando si progetta un filtro all-pass è possibile scegliere i coefficienti di H_{ap} di modo da ottenere il valore desiderato della fase

detto $\angle A^*(F) = -\phi(F)$ il coniugato delle fasi e $\angle A(F) = \phi(F)$

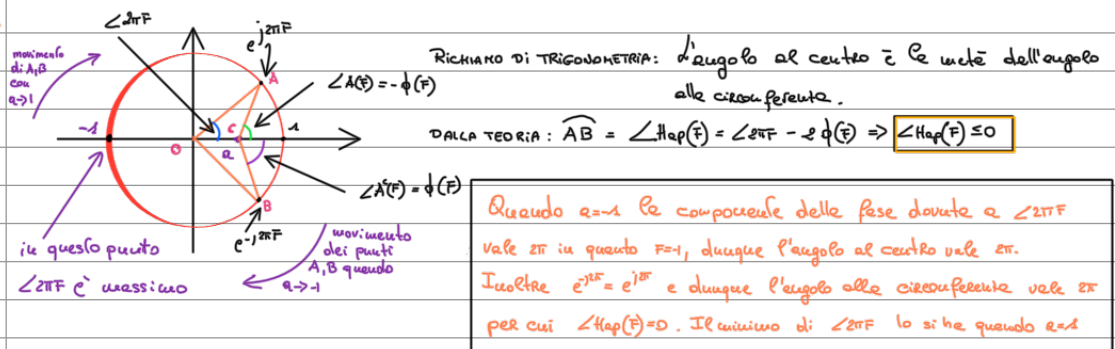
COMPONENTI DELLA FASE

Il grafico mostra le varie componenti della fase e come sono legati ai coefficienti delle funzioni di trasferimento.

Cerchiamo di capire attraverso un esempio di filtro all-pass del primo ordine ($N=1$) la cui funzione di trasferimento $H_{ap}(z) = \frac{a_0 + a_1 z^{-1}}{a_1 + a_0 z^{-1}} = \frac{-a + z^{-1}}{1 - a z^{-1}} \Rightarrow H_{ap}(F) = \frac{-a + e^{-j2\pi F}}{1 - a e^{-j2\pi F}} = \frac{e^{-j2\pi F} (e^{j2\pi F} - a)}{e^{-j2\pi F} (e^{j2\pi F} - a)}$

$\angle A(F) = \angle(e^{j2\pi F} - a)$, $\angle A^*(F) = \angle(e^{-j2\pi F} - a)$

$a = -\frac{a_0}{a_1}$



RITARDO IN CAMPIONI

Dalla definizione $\tau_{ap} = -\angle H_{ap} / 2\pi F \geq 0$ e questo vale per un sistema di qualsiasi ordine.

CONCLUSIONI - Nei filtri all-pass la correzione di fase può avvenire in funzione dei coefficienti di $H_{ap}(F)$ che indirettamente si riflettono sulla frequenza (ad i valori $\angle 2\pi F$ per $a=1$), infatti la posizione del polo a influisce sui punti A e B che sono legati a F . Infine un generico filtro all-pass di qualsiasi ordine N può essere decomposto in N filtri del primo ordine, e la teoria generalizza che una catena di N filtri AP del primo ordine forma un filtro AP di ordine N .